**Олимпиада для младших школьников 2016 г.**

**5 класс**

**1.** *Автобусный билет считается счастливым, если между всеми цифрами, обозначенными на нем, можно в нужных местах расставить знаки четырех арифметических действий и скобки так, чтобы значение полученного выражения равнялось 100. Дима купил билет с номером 123456. Является ли этот билет счастливым?*

**2.** *Дядя Федор, кот Матроскин, пес Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Федором и котом Матроскиным, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?*

**3.** *Прямоугольник разбит на четыре маленьких*

*прямоугольника. Площади трех из них известны: 3 4*

*3, 4, 5. (см. рисунок). Найдите площадь*

*четвертого прямоугольника.*

 *5*

**4.** *Известный бизнесмен Андрей Крутой пришел в Госбанк, чтобы обменять несколько 50- и 100-долларовых купюр старого образца. Ему было выдано 1999 купюр достоинством 1, 5 и 25 долларов. Докажите, что его обсчитали.*

**5.** *Замените буквы в слове ТРАНСПОРТИРОВКА цифрами (разные буквы — разными цифрами, одинаковые буквы — одинаковыми цифрами) так, чтобы выполнялись неравенства .*

**6.** *Дана шахматная доска, клетки которой окрашены в черный и белый цвета обычным образом. Разрешается за один ход, выбрав любой квадрат  клеточки, поменять цвета всех клеток в этом квадрате на противоположные. Можно ли, сделав несколько таких ходов, получить доску, окрашенную в один цвет?*

**7.** *Можно ли в клетки квадратной таблицы  клеточек вписать числа от 1 до 25 (в каждую клеточку — одно число) так, чтобы суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и вдоль каждой из двух диагоналей была: а) четной? б) нечетной?*

**8*.*** *В примере РЕШИ + ЕСЛИ = СИЛЕН цифры заменены буквами (разные цифры – разными буквами, одинаковые – одинаковыми). Восстановите записи, если известно, что Л = 5.*

**9.** *Имеется четыре гирьки весом 1г, 2г, 3г, 4г. Одна из этих гирек окрашена в красный цвет, другая — в белый, третья — в синий, четвертая — в зеленый цвет. Какой вес имеет гирька каждого цвета, неизвестно, но сказано, что красная гирька — не самая легкая и не самая тяжелая. Покажите, как за три взвешивания на чашечных весах определить вес каждой гирьки.*

**10.***Определите числовые значения букв в примере:*

 *Р Л О Р Е*

 *Р К К Р К*

 *Л К Е К К Е*

*Расставьте буквы в порядке соответствующих им цифр (начиная с 0). Если вы правильно решите пример, то получите фамилию известного французского ученого, который в возрасте десяти лет уже знал высшую математику, а в двенадцать лет сделал свое первое научное открытие.*

**6 класс**

**1.** *Каких пятизначных чисел больше: не делящихся на пять или тех, у которых ни первая, ни вторая цифра слева — не пятерка?*

**2.** *В одном из древних папирусов среди прочих сведений содержится разложение дробей в сумму дробей с числителем 1, например:*

**

*Один из знаменателей здесь заменен буквой х. найдите этот знаменатель.*

**3.** *Найдите все трехзначные числа, которые при любой перестановке цифр делятся на 6. Ответ можно записать с точностью до перестановки цифр.*

**4.** *На доске записаны в ряд 99 единиц. Можно ли между некоторыми из них поставить знаки «+» и «—» так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2000? Если да, то как? Если нет, то почему?*

**5.** *Учитель математики нарисовал на доске*

*прямоугольник, разбитый на четыре маленьких А В*

*прямоугольника А, В, С, D. (см. рисунок). Затем он*

*вызвал к доске Витю и предложил ему решить*

*следующую задачу: «Среди чисел 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11 С D*

*18 какие-то четыре выражают площади*

*прямоугольников А, В, С, D; известно, что все эти площади различны. Найди эту четверку чисел.» Помогите Вите решить предложенную задачу.*

**6.** *Две лошади бегут по кругу в одном направлении. Первая пробегает круг за 105 минут, вторая — за 31 минуту и 30 секунд. Третья лошадь бежит в противоположном направлении, делая круг за 42 минуты. Через какое время после старта все они впервые поравняются, если выбегут одновременно из одного места?*

**7.** *(Старинная задача). Прекрасная дева с блестящими очами, скажи мне, ты, которая умеешь правильно считать, как велико число, которое, будучи умножено на 3, затем увеличенное на  этого произведения, разделено на 7, уменьшено на  частного, умножено на 14, уменьшено на 52, разделено на 12, после прибавления 8 и деления на 2. дает число 10.*

**8.** *Одновременно были зажжены 2 свечи одинаковой длины: одна потолще (сгорающая за 4 часа), другая потоньше (сгорающая за 2 часа). Через некоторое время обе свечи были потушены. Оказалось, огарок толстой свечи в 3 раза длиннее огарка тонкой свечи. Сколько времени горели свечи?*

**9*.*** *В данном примере цифры заменены буквами (разные цифры – разными буквами, одинаковые – одинаковыми). Восстановите запись.*

******

**10.** *Можно ли квадрат со стороной 20 см разрезать на 10 попарно неравных квадратов, длины сторон которых выражаются целыми числами?*

**7 класс**

**1.** *Даны две последовательности: 2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12. В любой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.*

*а) Найдите этот закон.*

*б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя по этому закону.*

*в) Докажите, что число 22000 после нескольких таких переходов станет однозначным.*

**2.** *Из чисел А, В и С одно положительное, другое отрицательное, а третье равно нулю. Известно, что . Какое из чисел положительное, какое отрицательное и какое равно нулю?*

**3.** *Известно, что АВС — прямоугольный треугольник с гипотенузой АВ. На прямой АВ по обе стороны от гипотенузы отложены отрезки АК = АС и ВМ = ВС. Найдите угол КСМ.*

**4.** *Можно ли в каждом из равенств*

*БУ + РА + ТИ = НО,*

*ПИ + НО + КК = ИО*

*заменить одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы — разными цифрами так, чтобы оба этих равенства оказались верными?*

**5.** *Дан треугольник с периметром 63 см, одна из сторон которого равна 21 см. Оказалось, что одна из медиан этого треугольника перпендикулярна одной из его биссектрис. Найдите длины сторон этого треугольника.*

**6.** *Имеется 101 монета, из которых 50 фальшивых. Каждая фальшивая монета тяжелее настоящей на 1г. Вес монет можно определить с помощью двухчашечных весов со стрелкой, показывающей разность весов на чашках. Петя взял монету и за одно взвешивание хотел бы определить, фальшивая ли она. Сможет ли он это сделать?*

**7.** *Однажды Вася пошел в тир, в котором действовало следующее правило: за каждое попадание мишень стрелок получал 2 дополнительных бесплатных патрона, а за каждый промах у него забирали один оплаченный или заработанный им патрон (если после промаха у стрелка еще оставались патроны). Вася не помнит точно, сколько раз ему удалось выстрелить: 15 или 16, но оплатил он только 10 выстрелов. Определите, сколько раз смог выстрелить Вася и сколько раз он попал в мишень.*

**8.** *Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на какие-либо 10 последовательных (т.е. подряд идущих) натуральных чисел.*

**9.** *Действительные числа а и b таковы, что  и . Докажите, что .*

**10.** *Докажите, что какое бы натуральное число n, большее 5, ни взять, квадрат можно разрезать на n меньших (не обязательно равных) квадратов.*